

 ALCALDIA MAYOR SANTA FE DE BOGOTÁ D.C. DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN	COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB SEDE B JM	 COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB	TEMA: Álgebra. III Período.	FECHA: 31 de agosto – 17 de septiembre
			GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución	GRADO: 901 Y 902
ÁREA: MATEMÁTICAS			DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS	

## Matemáticas 9

Bimestre: II • Número de clase: 6

### Clase 6

## Tema: Solución de un sistema de ecuaciones por sustitución

### Actividad 10

- 1 Observe la manera en la que se solucionó el sistema de ecuaciones. 4

$$\begin{cases} y + 2x = 8 & \mathbf{1} \\ 2y + 4 = 6x & \mathbf{2} \end{cases}$$

$$y = 8 - 2x \quad \text{Se despeja la variable } y \text{ en la ecuación } \mathbf{1}.$$

$$2(8 - 2x) + 4 = 6x \quad \text{Se sustituye en ecuación } \mathbf{2}.$$

$$16 - 4x + 4 = 6x \quad \text{Se resuelve aplicando la propiedad distributiva.}$$

$$-4x - 6x = -16 - 4 \quad \text{Se despeja } x$$

$$-10x = -20$$

$$x = 2$$

$$2y + 4 = 6 \cdot 2 \quad \text{Se sustituye en la ecuación } \mathbf{2} \text{ el valor de } x.$$

$$2y = 12 - 4 \quad \text{Se halla el valor de } y.$$

$$2y = 8$$

$$y = 4$$

Finalmente, se verifica en las ecuaciones que los valores encontrados satisfacen las igualdades.

$$y + 2x = 8$$

$$2y + 4 = 6x$$

$$2(\mathbf{4}) + 4 = 6(\mathbf{2})$$

$$(\mathbf{4}) + 2 \cdot (\mathbf{2}) = 8$$

$$12 = 12$$

$$8 = 8$$

En conclusión, la solución del sistema es  $x = 2$  y  $y = 4$ .

4

Para solucionar un sistema de ecuaciones por el método de sustitución, se realizan los siguientes pasos:

1. Se despeja una de las variables en cualquiera de las ecuaciones dadas.
  2. Se sustituye la expresión obtenida en el primer paso en la otra ecuación y se resuelve.
  3. Se encuentra el valor de la otra variable sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones del sistema el valor de la variable que se halló en el segundo paso.
  4. Se verifican las soluciones.
- Explique con sus propias palabras por qué este método se llama sustitución.

 <b>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</b> <b>SEDE B JM</b>		<b>TEMA: Álgebra. III Período.</b>	<b>FECHA:</b> <b>31 de agosto – 17 de septiembre</b>
		<b>GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución</b>	<b>GRADO:</b> <b>901 Y 902</b>
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS</b>	

## Como aplicar el Método de Sustitución:<sup>2</sup>

Para aplicar el Método de Sustitución en un Sistema Lineal debemos escoger una de las Ecuaciones. **Lo más recomendable es elegir la Ecuación más simple de resolver.** Se debe despejar dicha ecuación hasta obtener una expresión con una incógnita. Posteriormente debemos sustituir dicha expresión en la otra Ecuación del Sistema Lineal. El resultado será una [Ecuación Lineal con una incógnita](#). La cual resolvemos para encontrar la solución del Sistema Lineal.

### Método de Sustitución paso a paso.

- Primero debemos ordenar las Ecuaciones del Sistema Lineal.
- Despejar una de las Ecuaciones del Sistema Lineal, la más fácil de preferencia.
- Se sustituye en la otra Ecuación del Sistema la Expresión Resultante.
- Despejar la Ecuación Lineal con una incógnita resultante y se obtiene el valor de la primera incógnita.
- Se reemplaza el valor de la incógnita encontrada en cualquier Ecuación del Sistema Lineal. Lo que nos da el valor de la segunda incógnita.
- Se comprueban los resultados obtenidos.

$$\begin{cases} 2X + Y = 7 \\ X + 3Y = 11 \end{cases}$$

Figura 1 – Sistema Lineal 2x2 – Método de Sustitución.

En la Figura 1 se muestra el ejemplo que utilizaremos para explicar el Método de Sustitución. En este caso se trata de un Sistema Lineal 2x2. El primer paso es verificar si ambas Ecuaciones se encuentran ordenadas. En este caso ambas ya están ordenadas.

### *Despejar una Ecuación del Sistema Lineal.*

Para resolver un Sistema Lineal mediante el Método de Sustitución se debe despejar una de las Ecuaciones presentes. Se puede elegir entre ambas Ecuaciones. **Lo ideal es utilizar la Ecuación más simple o la que sea más fácil de despejar.** En este caso utilizaremos la Primera Ecuación del Sistema Lineal. (2X+Y=7).

Se puede despejar tanto "X" como "Y" en la Ecuación. Al igual que antes, lo ideal es utilizar la incógnita más sencilla de despejar. En este caso es "Y".

<sup>2</sup> Tomado de: [https://ecuacionlineal.com/lineal/metodo-sustitucion/#Que\\_es\\_el\\_Metodo\\_de\\_Sustitucion](https://ecuacionlineal.com/lineal/metodo-sustitucion/#Que_es_el_Metodo_de_Sustitucion)

 <b>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</b> <b>SEDE B JM</b>		<b>TEMA: Álgebra. III Período.</b>	<b>FECHA:</b> <b>31 de agosto – 17 de septiembre</b>
		<b>GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución</b>	<b>GRADO:</b> <b>901 Y 902</b>
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS</b>	

$$2X + Y = 7 \rightarrow Y = 7 - 2X$$

Figura 2 – Despeje de “Y” – Método de Sustitución.

En la Figura 2 se muestra el despeje de “Y” en la primera Ecuación del Sistema Lineal. En este caso como “2X” se encontraba sumando a “Y” al pasarlo al otro lado de la igualdad queda como resta.

*Por lo que obtenemos una Expresión o Ecuación Resultante  $Y = 7 - 2X$ .*

*Sustituir en la otra Ecuación la Expresión Resultante.*

Ahora que ya despejamos la Primera Ecuación debemos sustituir la Expresión obtenida en la otra Ecuación del Sistema Lineal. En este caso despejamos “Y” por lo que debemos sustituirla en la Segunda Ecuación del Sistema Lineal ( $X + 3Y = 11$ ).

$$X + 3Y = 11 \rightarrow X + 3(7 - 2X) = 11$$

Figura 3 – Sustitución de “Y” – Método de Sustitución.

En la Figura 3 se muestra la sustitución de la incógnita “Y” por la Ecuación obtenida en el paso anterior (Expresión Resultante). En este caso la Segunda Ecuación del Sistema Lineal presenta un “3Y”. Por lo que para completar este paso es necesario multiplicar nuestra Ecuación por dicho “3”.

$$X + 3(7 - 2X) = 11 \rightarrow X + 21 - 6X = 11$$

Figura 4 – Método de Sustitución.

En la Figura 4 se muestra la multiplicación de nuestra Expresión Resultante. Dando como respuesta una Ecuación Lineal con dos incógnitas “X”. Las cuales se pueden operar entre si. Convirtiendo la Ecuación en una Ecuación Lineal con una incógnita fácil de despejar.

$$X + 21 - 6X = 11 \rightarrow -5X + 21 = 11$$

Figura 5 – Ecuación Lineal con una incógnita resultante – Método de Sustitución.

En la Figura 5 se muestra la operación entre “X” y “-6X”. *Recordemos que cuando dos incógnitas tienen la misma letra se pueden operar como cualquier número natural.* En este caso “X” es igual a tener “1X” el cual si lo sumamos con “-6X” nos da “-5X”. El resultado de dicha operación es una Ecuación Lineal con una incógnita. La cual podemos resolver con un simple despeje de variables.

*Resolver la Ecuación Lineal con una incógnita resultante.*

Para encontrar el valor de la primera incógnita solo debemos despejar la Ecuación Lineal con una incógnita resultante. Lo que hacemos con el despeje de variables.

 <b>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</b> <b>SEDE B JM</b>		<b>TEMA: Álgebra. III Período.</b>	<b>FECHA:</b> <b>31 de agosto – 17 de septiembre</b>
		<b>GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución</b>	<b>GRADO:</b> <b>901 Y 902</b>
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS</b>	

$$-5X + 21 = 11 \rightarrow -5X = 11 - 21 \rightarrow -5X = -10 \rightarrow X = \frac{-5}{-10} \rightarrow X = 2$$

Figura 6 – Despeje de variable “X” – Método de Sustitución.

En la Figura 6 se muestra el despeje de la variable “X” de la Ecuación Lineal con una incógnita resultante. El resultado de este paso es el valor de la primera incógnita del Sistema Lineal. En este caso es “X=2”.

*Encontrar el valor de la Segunda Incógnita.*

Ahora que ya tenemos el valor de una de las incógnitas podemos encontrar de forma fácil el valor de la segunda incógnita. Para ello únicamente **debemos reemplazar el valor de la incógnita encontrada en cualquiera de las Ecuaciones del Sistema Lineal**. Lo mas recomendable es utilizar la Ecuación mas fácil de resolver. En este caso usaremos la primera Ecuación del sistema.

$$2X + Y = 7 \rightarrow 2(2) + Y = 7 \rightarrow 4 + Y = 7 \rightarrow Y = 7 - 4 \rightarrow Y = 3$$

Figura 7 – Despeje de Segunda Incógnita – Método de Sustitución.

En la Figura 7 se muestra el despeje de la Incógnita “Y” sustituyendo el valor de “X”. La respuesta es el valor de la Segunda Incógnita. En este caso “Y=3”.

Por lo que afirmamos que la respuesta del Sistema Lineal utilizando el Método de Sustitución es:

$$X = 2 \leftrightarrow Y = 3$$

Figura 8 – Respuesta del Sistema Lineal 2x2.

**Como comprobar el resultado del Método de Sustitución.**

Para comprobar que el resultado obtenido mediante el Método de Sustitución es el correcto debemos sustituir ambas incógnitas en todas las Ecuaciones del Sistema Lineal. **La respuesta sera correcta si al sustituir las incógnitas se cumple la igualdad**. En este ejemplo entonces seria:

$$\text{Ec.1} \rightarrow 2X + Y = 7 \rightarrow 2(2) + 3 = 7 \rightarrow 4 + 3 = 7 \rightarrow 7 = 7$$

$$\text{Ec.2} \rightarrow X + 3Y = 11 \rightarrow 2 + 3(3) = 11 \rightarrow 2 + 9 = 11 \rightarrow 11 = 11$$

Figura 9 –

 <b>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</b> <b>SEDE B JM</b>		<b>TEMA: Álgebra. III Período.</b>	<b>FECHA:</b> <b>31 de agosto – 17 de septiembre</b>
		<b>GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución</b>	<b>GRADO:</b> <b>901 Y 902</b>
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS</b>	

### Comprobación del Método de Sustitución

En la Figura 9 se muestra la comprobación de los valores obtenidos mediante el Método de Sustitución. En este caso en ambas Ecuaciones del Sistema Lineal se cumple la igualdad. Por lo que las respuestas obtenidas son las correctas.

Mas Ejemplos:

Resuelve el Sistema de Ecuación Lineal utilizando el Método de Sustitución:

$$\begin{cases} X + 2Y = 4 \\ 2X + 2Y = 6 \end{cases}$$

La respuesta del Ejercicio #1 es:

$$X = 2 \leftrightarrow Y = 1$$

Explicación:

**Paso 1:** El primer paso en toda resolución de un Sistema Lineal es verificar que las Ecuaciones del mismo se encuentren ordenadas. En este caso ambas Ecuaciones están ordenadas.

**Paso 2:** Para resolver un Sistema Lineal mediante el Método de Sustitución debemos despejar una de las Ecuaciones. Lo ideal es hacerlo con la Ecuación más simple. En este caso usaremos la Ecuación #1.

$$X + 2Y = 4 \rightarrow X = 4 - 2Y$$

Recuerda que puedes despejar cualquiera de las Incógnitas "X" o "Y". Para despejar "X" en este caso solo debemos pasar el "+2Y" al otro lado de la igualdad. Por lo que pasa como "-2Y".

**Paso 3:** Ahora debemos sustituir la incógnita despejada en la otra Ecuación del Sistema Lineal.

$$2X + 2Y = 6 \rightarrow 2(4 - 2Y) + 2Y = 6$$

**Paso 4:** Ahora debemos operar las incógnitas en común como si de números naturales se tratase. En este caso se debe resolver primero el paréntesis. Por lo que queda:

$$2(4 - 2Y) + 2Y = 6 \rightarrow 8 - 4Y + 2Y = 6$$

 <b>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB SEDE B JM</b>		<b>TEMA: Álgebra. III Período.</b>	<b>FECHA: 31 de agosto – 17 de septiembre</b>
		<b>GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución</b>	<b>GRADO: 901 Y 902</b>
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS</b>	

Y al operar las incógnitas en común obtenemos una Ecuación Lineal con una incógnita:

$$8 - 4Y + 2Y = 6 \rightarrow 8 - 2Y = 6$$

*Se debe tener especial cuidado con los signos. En este caso estamos operando “-4Y” sumando a “2Y”. Por lo que el resultado de la operación es en realidad “-2Y”.*

**Paso 5:** Ahora solo queda resolver la Ecuación Lineal con una incógnita resultante y podremos encontrar el valor de la primera incógnita del Sistema Lineal.

$$8 - 2Y = 6 \rightarrow -2Y = 6 - 8 \rightarrow -2Y = -2 \rightarrow Y = \frac{-2}{-2} \rightarrow Y = 1$$

Por lo que en este ejercicio el valor de “Y” es de 1.

**Paso 6:** Para encontrar el valor de la segunda incógnita solo debemos reemplazar el valor de la incógnita encontrado en cualquiera de las Ecuaciones del Sistema Lineal. En este ejercicio lo más simple es usar la Ecuación #1 del Sistema Lineal.

$$X + 2Y = 4 \rightarrow X + 2(1) = 4 \rightarrow X + 2 = 4 \rightarrow X = 4 - 2 \rightarrow X = 2$$

Por lo que podemos afirmar que la respuesta del Ejercicio utilizando el Método de Sustitución es:

$$X = 2 \leftrightarrow Y = 1$$

**Resumen:**

 <b>COLEGIO PORFIRIO BARBA JACOB</b> <b>SEDE B JM</b>		<b>TEMA: Álgebra. III Período.</b>	<b>FECHA:</b> <b>31 de agosto – 17 de septiembre</b>
		<b>GUIA: Sistema de Ecuaciones Lineales por el método de sustitución</b>	<b>GRADO:</b> <b>901 Y 902</b>
<b>ÁREA: MATEMÁTICAS</b>		<b>DOCENTE: ESTEBAN CÓMBITA ROSAS</b>	

## Sistema de ecuaciones lineales 2x2

$$2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}$$

### Método de sustitución

#### Paso 1.

Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en cualquiera de las ecuaciones.

#### Paso 2.

Se sustituye la expresión obtenida en la otra ecuación

#### Paso 3.

Se resuelve la ecuación resultante

#### Paso 4.

El valor obtenido se reemplaza en la expresión del primer paso

#### Paso 5.

Solución del sistema.

$$\boxed{y = 2}$$

$$\boxed{x = 7}$$

Despejar la variable x

Ecuación 2

$$x - 2y = 3$$

$$\boxed{x = 3 + 2y}$$

Reemplazo el valor de y

$$x = 3 + 2y$$

$$x = 3 + 2(2)$$

$$x = 3 + 4$$

$$\boxed{x = 7}$$

Sustituir en la otra ecuación

Ecuación 1

$$2x + 3y = 20$$

$$2(3 + 2y) + 3y = 20$$

$$6 + 4y + 3y = 20$$

$$6 + 7y = 20$$

$$7y = 20 - 6$$

$$7y = 14$$

$$y = \frac{14}{7}$$

